**Карточка 15 «Задание 25 ЕГЭ»**

1. Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

 Среди натуральных чисел, не превышающих 109, найдите все числа, соответствующие маске 12345?6?8 и делящиеся на 17 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на 17.

1. Найдите девятизначные числа, отвечающих маске «1\*1\*1?», которые делятся на 19, 6 и 2023. В ответе запишите пять наибольших найденных чисел в порядке возрастания.
2. Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300425. Найдите все натуральные числа, не превосходящие 107, соответствующие маске 12\*348, делящиеся на число 12 без остатка, и у которых ровно 12 делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — максимальный делитель, не равный самому числу.

1. Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

 Среди натуральных чисел, не превышающих 109, найдите все числа, соответствующие маске 1?3?5?6?8 и делящиеся хотя бы на половину из всех двузначных чисел, соответствующие маске ?2 без остатка. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце — соответствующие им частные от деления на наименьший из делителей, соответствующих маске ?2.

1. Пусть D(N) – шестой по величине (считая с наибольшего) нетривиальный делитель натурального числа N (нетривиальными считаются все делители, кроме 1 и самого числа). Например, D(1000) = 50. Если у числа N меньше 6 различных нетривиальных делителей, то принимаем D(N) = 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 300 000 000, для которых D(N) > 0. В ответе запишите сначала значение N, затем значение D(N) (в порядке возрастания соответствующих чисел N).
2. Напишите программу, которая ищет среди целых чисел, принадлежащих числовому отрезку [321654; 654321], числа у которых есть только нечетные делители, количество которых больше 70. Делители 1 и само число не учитываются. Для каждого найденного числа запишите само число и максимальный по величине делитель.

*Например, для числа 15 имеем делители 3 и 5. Поэтому результатом (не принимая во внимание количества делителей) будет пара чисел 15 5*

***7.*** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди чисел не превышающих 107, найдите 5 наибольших чисел, удовлетворяющих маске 9?\*55\*7. Выведите эти числа в порядке возрастания, справа от каждого числа выведите остаток от деления суммы его делителей на 21.

***8\*.*** Рассматривается последовательность чисел, меньших 39345679 и идущих в порядке убывания. Найдите первые десять чисел, таких что они делятся на 2, 3, 5, 7, а число делителей (не считая единицы и самого числа) не менее 76, но не более 88.

В ответе укажите найденные десять чисел в порядке убывания, для каждого числа сначала укажите само число, затем найденное для него количество делителей.

***9\*.***Пусть M(N) – сумма пяти наибольших различных натуральных делителей натурального числа N, не считая самого числа N. Если у числа N меньше пяти таких делителей, то M(N) считается равным нулю. Найдите семь наименьших натуральных чисел, превышающих 4 000 000, для которых M(N) положительна и кратна 10.

Формат вывода: для каждого из найденных чисел в отдельной строке запишите само число, а затем соответствующее значение M(N).

***10.\**** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405.

 Известно, что в числе, соответствующему маске 32\*54?123, четное количество цифр, при этом в числе нет нулей и сумма левой половины цифр равна сумме правой половине цифр. Найдите все такие числа, кратные 519 и меньшие 1013. Выведите найденные числа в порядке возрастания, справа от них укажите значение, получаемое при делении числа на 519.

 Пример с суммами: число 15233342 имеет сумму правой половины 1+5+2+4=12 и сумму левой половины 3+3+4+2=12.

***11\*.*** Рассматриваются целые числа, принадлежащих числовому отрезку [485617; 529678], которые представляют собой произведение трёх различных простых делителей, оканчивающихся на одну и ту же цифру. В качестве ответа приведите все числа, разность максимального и минимального простых делителей которого меньше 100.

Для каждого такого числа сначала запишите само число, а затем разность максимального и минимального простых делителей

***12\*.*** Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

— символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;

— символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Например, маске 123\*4?5 соответствуют числа 123405 и 12300405. Среди натуральных чисел, превышающих 109, найдите 5 наименьших чисел, соответствующие маске 1\*2\*7\*04 и имеющих ровно 45 делителей. В ответе запишите в первом столбце таблицы все найденные числа в порядке возрастания, а во втором столбце – соответствующие им максимальные делители, не считая самого числа.