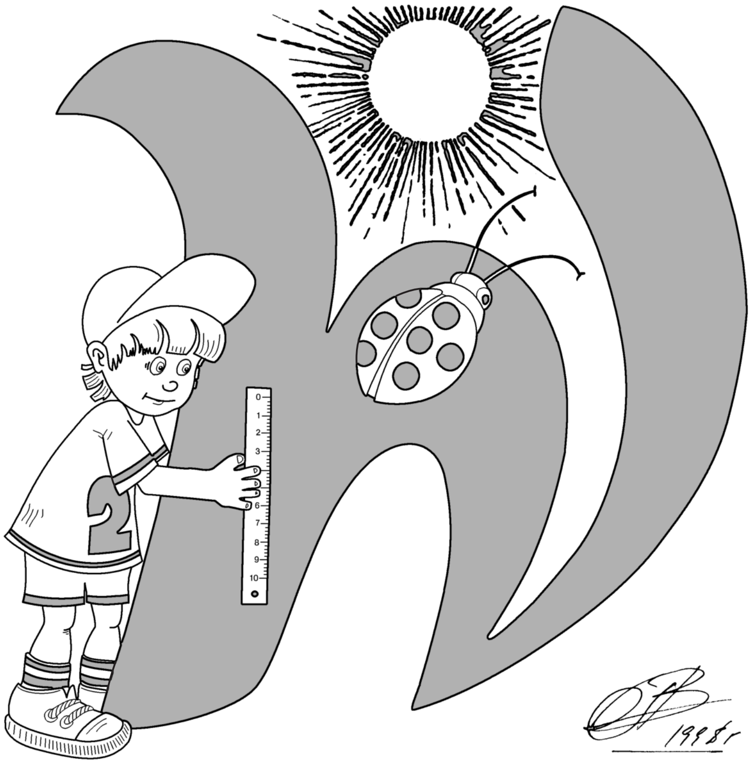
Министерство просвещения Российской Федерации
Центральная предметно-методическая комиссия
Всероссийской олимпиады школьников по физике

LVI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур



Москва, 2023 г.

Комплект задач подготовлен
центральной предметно-методической комиссией
Всероссийской олимпиады школьников по физике
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

Экспериментальный тур

7-8 класс

- **7-E1**. Сергей Кармазин
- **7-E2**. Сергей Кармазин
- **8-E1**. Сергей Кармазин
- **8-E2**. Сергей Кармазин

9-11 класс

- **9-E1**. Сергей Кармазин
- **9-E2**. Сергей Кармазин
- **10-E1**. Александр Аполонский, Максим Карманов
- **10-E2**. Максим Карманов
- **11-E1**. Александр Аполонский, Максим Карманов
- **11-E2**. Александр Аполонский

Как готовиться к региональному этапу?

В МФТИ запущен классный проект «Физтех-регионам» (https://os.mipt.ru), где в публичном бесплатном доступе лежат лекции и семинары по всем классам и по всем темам. Там же выложены подборки задач по темам. Уровень материалов позволяет хорошо подготовиться к муниципальному и региональному этапу Всероссийской олимпиады школьников по физике.

Если вы школьник, просто пользуйтесь доступными материалами. Если вы преподаватель или сотрудник регионального органа образования, то МФТИ готов помочь организовать на базе вашей школы или центра по работе с талантливыми детьми кружок по физике. Занятия будут проходить по программе «Физтех-регионам», и МФТИ не берет никаких денег за эти материалы. Единственное, вам нужно будет обеспечить работу преподавателя. Подобным образом функционируют кружки уже в более чем 40 регионах России.

В этом году в рамках работы проекта сняты видео-решения (https://os.mipt.ru/#/phys/theme/9V1MmCFakz) экспериментального тура регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике. Используйте эти материалы для самоподготовки к будущим олимпиадам.

7 класс

Задача №1. Пшено и вязкость

Оборудование: пластиковая бутылка 1.5 литра со срезанным верхом наполненная водой, линейка 30 см, секундомер, порция пшенной крупы (не менее 200 зерен) в коробочке, спичка, лист бумаги A4, миллиметровая бумага для построения графиков.

Скорость v падения мелких шариков в воде можно рассчитать по формуле Стокса

$$v = \frac{d^2 g(\rho_\text{ш} - \rho_\text{в})}{18\eta},$$

где d — диаметр шарика, $\rho_\text{ш}$ — плотность шарика, $\rho_\text{в}$ — плотность воды, $g = 10$ Н/кг, η — физическая величина, характеризующая свойство жидкости и называемая коэффициент вязкости.

1. Определите максимально точно средний диаметр d крупинки пшена.

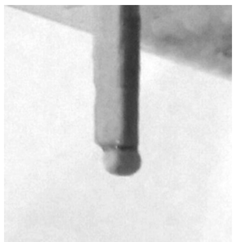
2. Измерьте время падения не менее чем 100 крупинок в столбе воды высотой h.

3. Постройте гистограмму[1] распределения времени падения крупинок и определите наиболее вероятное время τ.

4. Вычислите среднюю скорость v падения крупинок в воде.

5. Считая, что в нашем эксперименте $(\rho_\text{ш} - \rho_\text{в}) = 50$ кг/м^3, определите значение коэффициента вязкости η для воды.

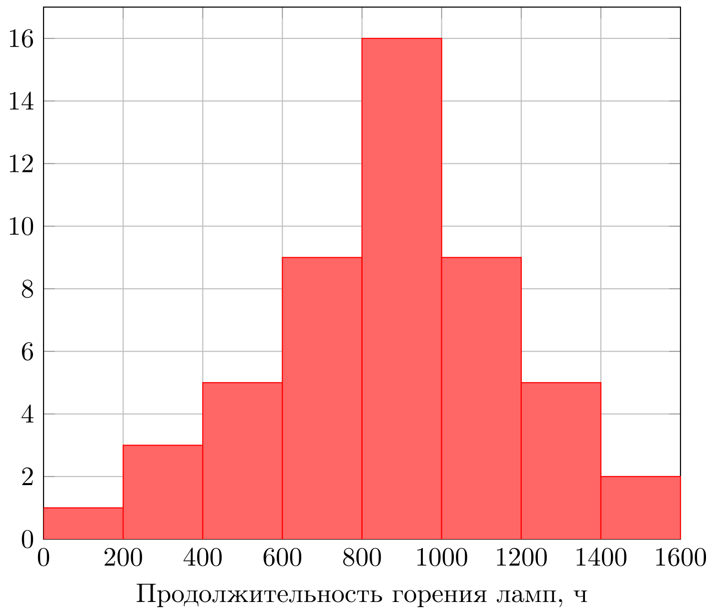
Примечания:



1. Для исследования выбирайте крупинки пшена примерно одинакового размера, форма которых наиболее близка к форме шара.
2. Для старта крупинки коснитесь ее торцом мокрой спички (крупинка приклеится к торцу спички), а затем довольно резко толкните торец спички в воду, располагая спичку перпендикулярно поверхности воды. На фото зернышко пшена на торце спички.
3. Измеряйте время падения только тех крупинок, которые в процессе падения не касались стенок сосуда.

[1]Гистограмма — способ представления табличных данных в виде столбчатой диаграммы. Гистограмма строится следующим образом. Сначала множество значений измеряемой величины разбивается на несколько интервалов. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник, высота которого пропорциональна числу измеренных значений, попадающих в соответствующий интервал. Например, на представленной гистограмме видно, что при испытании ламп на долговечность, в диапазоне времени

от 400 до 600 часов вышли из строя 5 ламп, от 800 до 1000 часов работали 16 ламп, и только две лампы перегорели в диапазоне времени от 1400 до 1600 часов. Наиболее вероятная долговечность исследуемых ламп равна 900 часам.



Задача №2. Полипропилен

Оборудование: весы, отрезок водопроводной трубы из полипропилена длиной $L = 60$ мм, пластиковый стакан с водой (50 мл), шприц 10 мл, кусок пластилина, круглый карандаш, лист бумаги А4.

1. Определите плотность полипропилена.
2. Определите плотность пластилина.

8 класс

Задача №1. Пшено и вязкость

Задача совпадает с задачей №7-E1.

Задача №2. Неразбавленный сироп

Оборудование: штатив с муфтой и лапкой, электронные весы с точностью измерения 0.01 г, цилиндрическое тело, нитка, пластиковый стакан с сахаром, пластиковый стакан с водой ($\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3), два пустых пластиковых стакана, накладка на весы (защита весов от разлитой воды), салфетки для поддержания чистоты на рабочем месте.

Массовая доля компонента в растворе ω — это отношение массы данного компонента к сумме масс всех компонентов. Если речь идет о растворе какого-либо одного компонента (например, сахара) в воде, то $\omega = \frac{m_{\text{сахара}}}{m_{\text{раствора}}}$. Массовая доля, как правило, выражается в процентах. Например, если в 100 г водного раствора содержится 20 г сахара и 80 г воды, то мы имеем **двадцатипроцентный** раствор сахара.

1. Определите плотность $\rho_{\text{ц}}$ цилиндрического тела.

2. Исследуйте зависимость плотности $\rho_{\text{р}}$ раствора сахара в воде от массовой доли сахара ω в диапазоне значений $0 < \omega < 0.5$. Укажите, какая масса воды и какая масса сахара использовались вами для приготовления раствора заданной концентрации.

3. Постройте график полученной зависимости.

Внимание! Используйте накладку на весы для того чтобы исключить попадание воды или раствора в механизм весов. Региональным оргкомитетом может быть предложен иной механизм такой защиты.

9 класс

Задача №1. Греем гайку

Задание: определите теплоёмкость гайки. Погрешности оценивать не нужно.

Оборудование: Пластиковый контейнер с крышкой, резистор ($R = 3.3$ Ом подвешенный на крышке контейнера) с проводами, гайка, термометр, секундомер, три батарейки АА с держателем (или одна плоская батарейка), мультиметр, фиксатор для термометра, миллиметровая бумага для построения графиков.

Примечание: Измерения следует проводить в процессе остывания предварительно нагретого контейнера, так как в процессе нагревания массивная металлическая гайка не успевает прогреваться до температуры окружающего воздуха.

Задача №2. Взвесить без весов

Оборудование: лакированный деревянный цилиндр (масса цилиндра указана в комплекте оборудования), отрезок пластиковой трубки, мерный цилиндр, две линейки, пластиковый стакан с водой (плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3).

В работе требуется оценка погрешностей: как измеряемых, так и расчетных величин.

0. Запишите в своё решение массу M выданного вам лакированного цилиндра.

1. Определите среднюю плотность ρ лакированного цилиндра.

2. Определите массу отрезка пластиковой трубки m двумя способами: используя правило моментов сил и закон Архимеда.

10 класс

Задача №1. Внутренний объем трубки

Оборудование: два шприца (20 мл и 5 мл) с «неизвлекаемыми» поршнями, прозрачная трубка, миллиметровая бумага для построения графика, отрезок равномерной шкалы, скотч и ножницы (выдаются по требованию).

Определите внутренний объём выданной вам прозрачной трубки и оцените его погрешность.

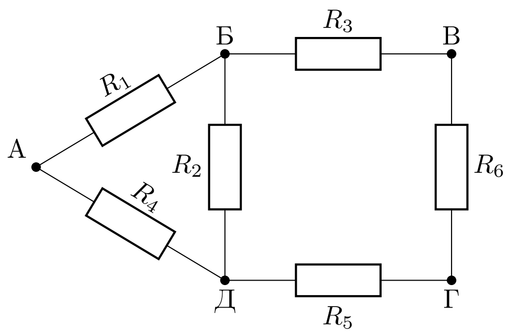
Примечание

1. **ВАЖНО!** Запрещается разбирать шприцы (извлекать из них поршни)! **Такие методы будут оценены в 0 баллов.**
2. Миллиметровка может быть использована только для построения графиков. Вы не можете пользоваться ей в качестве измерительного инструмента.

Задача №2. Серый ящик

Оборудование: «серый ящик», мультиметр.

В выданном вам сером ящике собрана электрическая цепь, схема которой представлена на рисунке. Обозначения выводов на «сером ящике» соответствуют обозначениям на схеме.



При необходимости выводы серого ящика можно соединять друг с другом. С помощью имеющегося оборудования выполните следующие задания.

1. Определите, у какого из резисторов наименьшее сопротивление.

2. Найдите сопротивления всех резисторов и оцените их погрешности.

3. Как необходимо соединить выводы «серого ящика» друг с другом, чтобы сопротивление получившейся цепи между некоторыми двумя точками было равно (167 ± 5) Ом? Укажите, какие выводы необходимо соединить и между какими выводами при этом получится требуемое сопротивление.

Важно! В начале работы укажите номер выданного вам «серого ящика», если ящики занумерованы. *Примечание*: считайте, что погрешность мультиметра составляет 1% от измеряемой величины.

11 класс

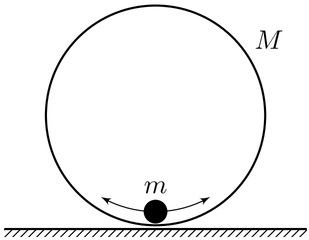
Задача №1. Внутренний объем трубки

Задача совпадает с задачей №10-E1.

Задача №2. Колебания кольца

Оборудование: пластмассовое кольцо (внешний диаметр известен $D = 110$ мм), набор гаек (M8 — 1 шт, M10 — 6 шт; их массы указаны на установке), скотч, секундомер, миллиметровая бумага для построения графика.

Если установить кольцо вертикально на горизонтальную поверхность, закрепив в нижней части кольца небольшой груз, то при отклонении на небольшой угол от положения равновесия, кольцо, перекатываясь, будет совершать колебания. Период этих колебаний зависит от отношения масс M/m кольца и груза.



0. Укажите массы гаек M8 и M10, которые указаны у вас на установке. Запишите номер своей установки, если он указан.

1. Определите период колебаний кольца при различных массах груза (не менее 5 значений). Оцените погрешности.

2. Получите теоретическое выражение для периода колебаний.

3. Используя графическую обработку полученных экспериментальных данных, проверьте их соответствие теоретической модели.

4. Используя результаты п. 3, определите массу пластмассового кольца и оцените её погрешность.

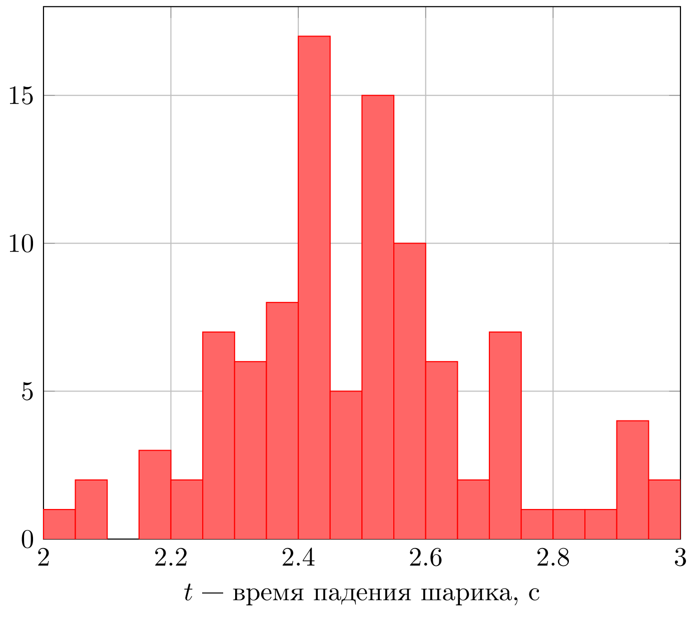
Возможные решения

Задача №7-Е1. Пшено и вязкость

Методом рядов определяем средний размер зернышек пшена $d = 2.2$ мм (размер зерна может отличаться для разных сортов проса). При этом однократное измерение длины цепочки зерен, состоящей из N штук, оценивается меньшим количеством баллов, чем снятие зависимости длины цепочки от количества зерен в ней, построение графика и определение d, как углового коэффициента полученной прямой.

Определяем высоту столба воды в бутылке $h = 25$ см. Проводим 100 измерений времени падения зерен в воде. При использовании в качестве сосуда пластиковой бутылки объемом 1.5 литра ($h = 25$ см) время t падения зерен будет варьироваться в диапазоне от 2.0 до 3.0 секунд.

Строим гистограмму распределения результатов измерения по времени. На горизонтальной оси разбиваем диапазон от 2 до 3 секунд на 10 или 20 интервалов по 0.1 или 0.05 секунд соответственно. Над каждым диапазоном строим прямоугольник, высота которого равна количеству измерений, результат которых попадает в этот диапазон. На рисунке приведена гистограмма, полученная автором при разбиении диапазона на 20 интервалов.



Видно, что наиболее вероятное время падения зернышка в данном эксперименте (вершина гистограммы) $\tau = 2.45$ с. Используем его для расчета средней скорости падения зерен и коэффициента вязкости воды по формуле, приведенной в условии задачи: $v = \frac{h}{\tau} = \frac{0.25}{2.45} = 0.1$ м/с.

$$v = \frac{h}{\tau} = \frac{0.25}{2.45} = 0.1 \text{ м/с}.$$

$$\eta = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}})}{18v} = \frac{(2.2 \cdot 2.2)10^{-6} \cdot 10 \cdot 50}{18 \cdot 0.1}$$

$$\eta = 1.3 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = 1.3 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

(при проверке работы засчитывать как верную любую из трех приведенных единиц измерения коэффициента вязкости).

Табличное значение коэффициента вязкости воды при 20 градусах $\eta_{\text{табл}} = 1.0 \cdot 10^{-3}$ Па $\cdot$ с.

Задача №7-Е2. Полипропилен

Приведенные далее числовые значения физических величин получены на авторском комплекте оборудования. На местах параметры трубы и пластилина могут отличаться от авторских.

1. Определим массу отрезка трубы $m = 10.8$ г.
2. Определим объем V_1 внутреннего канала трубы. Для этого закроем один торец трубы пальцем и заполним внутренность трубы водой из шприца, измерив при этом объем вылитой воды $V_1 = 7.6$ мл $= 7.6$ см^3.
3. Для измерения внешнего диаметра трубы прокалибруем шкалу шприца в миллиметрах. Длина трубы 60 мм соответствует 44 делениям. Значит одно деление — 1.364 мм. Измерим внешний диаметр трубы двумя способами. *Первый:* непосредственно прикладывая трубу к делениям шкалы шприца определяем, что внешний диаметр трубы D равен 15 делениям, или $D = 20.5$ мм. *Второй:* разместим трубу на столе на листе бумаги А4, на неподвижной трубе сделаем ручкой или карандашом одну метку одновременно на ее торце и бумаге, прокатим трубу по бумаге на 1 оборот до повторного совпадения метки с поверхностью бумаги, зафиксируем на бумаге новое положение метки, измерим с помощью шкалы шприца длину внешней окружности тубы $l = 47.5$ делений $= 64.8$ мм. Так как длина окружности $l = \pi D$, находим $D = 20.6$ мм. Для дальнейших расчетов будем использовать среднее значение из двух, полученных разными способами $D = 20.55$ мм.

4. Внешний объем трубы равен

$$V_2 = \frac{\pi D^2}{4} L = \frac{3.14 \cdot 20.55 \cdot 20.55}{4} \cdot 60 = 19890 \text{ мм}^3 = 19.9 \text{ см}^3.$$

5. Объем полипропилена равен $V_0 = V_2 - V_1 = 12.3$ см^3.
6. Плотность полипропилена $\rho_{\text{пр}} = \frac{m}{V_0} = \frac{10.8}{12.3} = 0.88$ г/см^3 (табличные значения 0.89 г/см$^3 \leq \rho_{\text{пр}} \leq 0.92$ г/см^3).
7. Заполним внутренний объем трубы пластилином без воздушных пузырей. Для плотной упаковки пластилина можно использовать карандаша. Масса трубы с пластилином $m_1 = 22.6$ г масса пластилина $m_{\text{пл}} = m_1 - m = 11.8$ г.
8. Плотность пластилина $\rho_{\text{пл}} = \frac{m_{\text{пл}}}{V_1} = \frac{11.8}{7.6} = 1.55$ г/см^3.

Задача №8-Е1. Пшено и вязкость

Задача совпадает с задачей №7-Е1.

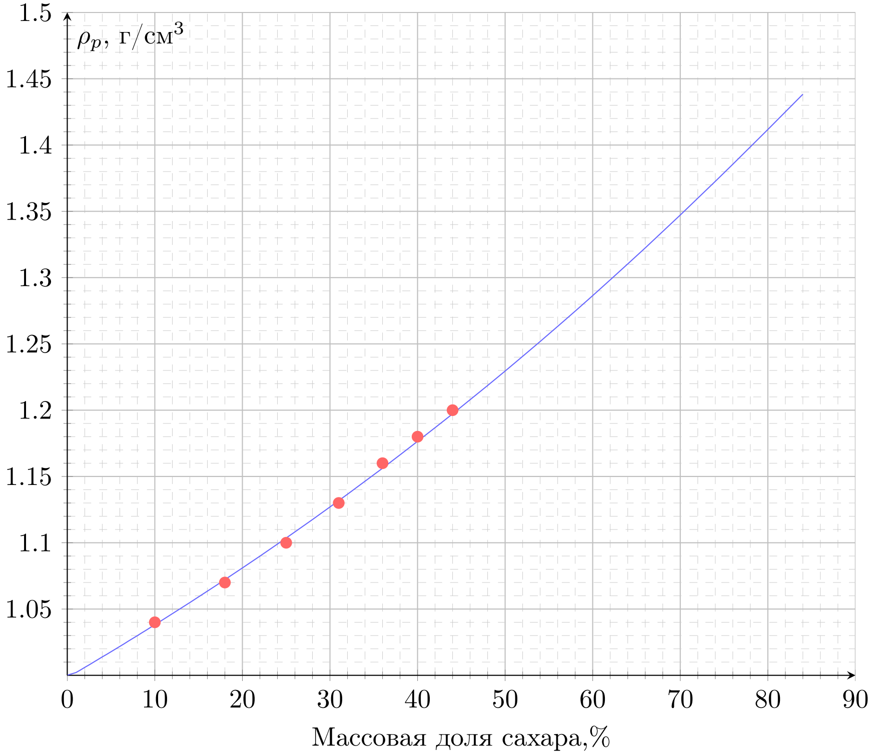
Задача №8-Е2. Неразбавленный сироп

Для выполнения всех заданий в данной задаче используем метод гидростатического взвешивания. Включим весы. Положим на них картонную накладку. Поставим на весы стакан с водой. Оттарируем весы. С помощью штатива опустим металлический цилиндр на нитке в стакан с водой так, чтобы он был полностью погружен. Показание весов $m_A = \rho_{\text{в}} V = 19.2$ г назовем «массой Архимеда» (сила Архимеда, деленная на g). Здесь V — объем цилиндра, $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3 — плотность чистой воды. Таким образом, получаем $V = 19.2$ см^3. Масса цилиндра $m = 52.4$ г (прямое взвешивание). Получаем $\rho_{\text{ц}} = \frac{m}{V} = 2.73$ г/см^3.

Наливаем в стакан 90 г воды. Насыпаем в него 10 г сахара. Таким образом получаем 10-процентный раствор сахара. Стакан с раствором ставим на весы. Тарируем их. Опускаем в стакан металлический цилиндр. Показание весов есть «масса Архимеда» $m_{\text{A1}} = \rho_{\text{р1}} V$. Вычисляем плотность раствора. Затем досыпаем в стакан еще 10 г сахара. Вычисляем новую массовую долю сахара в растворе, измеряем «массу Архимеда» и т.д. Результаты по изменению ω раствора и измерению его плотности приведены в таблице.

Масса воды в растворе, г	Масса сахара в растворе, г	Масса раствора, г	ω, %	«Масса Архимеда», г	Плотность раствора $\rho_р$, г/см^3
90.1	9.90	100.0	10	20.0	1.04
90.1	20.0	110.1	18	20.6	1.07
90.1	30.0	120.1	25	21.1	1.10
90.1	40.1	130.2	31	21.7	1.13
90.1	50.1	140.2	36	22.2	1.16
90.1	60.2	150.2	40	22.6	1.18
90.1	70.2	160.2	44	23.0	1.20

На графике представлена табличная зависимость плотности раствора сахара в воде от массовой доли содержания сахара (синяя линия) и полученные в данной работе экспериментальные результаты (красные точки).



Задача №9-Е1. Греем гайку

Прежде всего необходимо определить теплоемкость системы контейнер-резис-тор-термометр без гайки. Закроем контейнер, вставим термометр и зафиксируем его с помощью отверстий в картонном фиксаторе. К выводам резистора подключим три последовательно соединенные пальчиковые батарейки АА. К этим же выводам подключим мультиметр в режиме вольтметра. В соответствии с примечанием к условию задачи во время нагревания системы никакие измерения проводить не будем. Нам необходимо лишь дождаться прекращения роста температуры и зафиксировать ее максимальное значение $t_{\max}$, а также напряжение на резисторе U в этот момент. Критерием прекращения роста температуры можно считать ее изменение менее чем на полградуса в течение двух минут. В авторском исполнении нагревание длилось 15-20 минут. При этом были получены следующие значения физических величин: комнатная температура $t_{\text{к}} = 25$ °C, максимальная температура в контейнере $t_{\max} = 37$ °C, напряжение на резисторе $U = 2.43$ В. В стационарном режиме количество теплоты, полученное от нагревателя за время $\Delta\tau$, равно количеству теплоты, отданному контейнером за то же время в окружающую среду (в комнату), а согласно закону Ньютона-Рихмана количество теплоты, отдаваемое нагретым телом холодному в единицу времени, пропорционально разности температур между телами

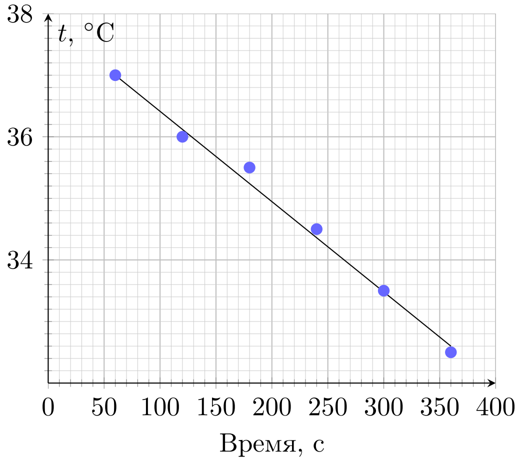
$$\frac{U^2}{R}\Delta\tau = \alpha(t_{\max} - t_{\text{к}})\Delta\tau,$$

где α – коэффициент теплоотдачи контейнера. Подставляя экспериментальные значения получаем $\alpha = 0.15$ Вт/°C. Теперь отключаем батарейку и снимаем зависимость температуры t в контейнере от времени τ в окрестности 35 градусов. График этой зависимости представлен на рисунке ниже.

τ,с	t,°C (без гайки)	t,°C (с гайкой)
60	37.0	37.0
120	36.0	36.0
180	35.5	35.5
240	34.5	35.0
300	33.5	34.5
360	32.5	33.5

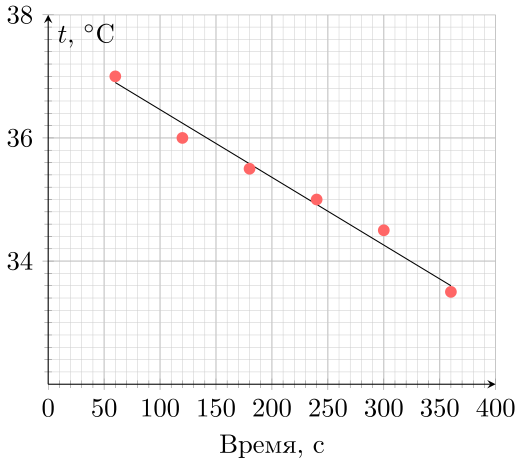
Уравнение теплового баланса

$$C_{\text{к}}\Delta t^0 = \alpha(t_{35} - t_{\text{к}})\Delta\tau,$$



где $C_к$ — теплоемкость системы контейнер-резистор-термометр без гайки. Из графика зависимости $t(\tau)$ определяем $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.014$ °C/с и находим $C_к = 107$ Дж/°C. Аналогичные измерения в режиме остывания проводим при наличии гайки в контейнере. Их результаты также представлены в таблице и на рисунке ниже. Прямая остывания в этом случае идет более полого, и для нее $\frac{\Delta t^0}{\Delta \tau} = 0.011$ °C/с, а теплоемкость контейнера вместе с гайкой $C_{кг} = 136$ Дж/°C.

Теплоемкость гайки $C_г = C_{кг} - C_к = 29$ Дж/°C.



Примечание: При наличии резерва времени в процессе выполнения этого задания желательно убедиться в том, что коэффициент теплоотдачи контейнера одинаков при наличии и при отсутствии гайки в нем. Если коэффициенты теплоотдачи в этих двух случаях отличаются, то при расчете теплоемкостей следует использовать соответствующие значения коэффициентов.

Задача №9-Е2. Взвесить без весов

В авторском комплекте оборудования масса палочки $M = 1.02 \pm 0.02$ г, погрешность 2 единицы последнего разряда весов, относительная погрешность 2%.

Измерим длину палочки линейкой. Длина палочки $L = 240 \pm 1$ мм погрешность определяется ценой деления линейки, относительная погрешность 0.4%.

Определим плотность палочки с помощью силы Архимеда, для этого опустим палочку в мерный стакан и измерим длину H выступающей над водой части палочки: $H = 62 \pm 1$ мм. Длину выступающей части измерять удобнее, чем длину погруженной в воду части палочки, так как в первом случае удается расположить линейку и палочку достаточно близко друг к другу. По закону Архимеда плотность палочки:

$$\rho_{\text{п}} = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{L - H}{L} = 1.00 \cdot \frac{240 - 62}{240} = 0.74 \text{ г/см}^3.$$

Абсолютная погрешность числителя в этой формуле составляет 2 мм, так как при сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность числителя $\frac{2}{240-62} = 0.011 = 1.1\%$. При делении физических величин складываются относительные погрешности. Следовательно, относительная погрешность измерения плотности $0.4\% + 1.1\% = 1.5\%$. Окончательно для плотности:

$$\rho_{\text{п}} = 0.74 \pm 0.01 \text{ г/см}^3.$$

Определение массы трубки методом рычага. Для определения массы трубки m с использованием правила моментов сил найдем положение y центра масс палочки (y — расстояние от края палочки, на который в дальнейшем будет надета трубка). В авторском комплекте $y = 120 \pm 1$ мм, т.е. палочка является однородной. Наденем трубку на край палочки так, чтобы их торцы совпадали (заподлицо). Длина трубки $z = 49 \pm 1$ мм. Теперь определим положение центра масс системы палочка-трубка относительно того же торца: $x = 92 \pm 1$ мм. Правило моментов для этого случая имеет вид:

$$mg\left(x - \frac{z}{2}\right) = Mg(y - x),$$

откуда:

$$m = M\frac{y-x}{x-z/2} = 0.42 \text{ г.}$$

Абсолютная погрешность числителя этой дроби 2 мм, относительная $\frac{2}{28} = 0.07 = 7\%$. Абсолютная погрешность знаменателя 1.5 мм. Относительная $\frac{1.5}{67.5} = 0.02 = 2\%$. Относительная погрешность массы трубки $2\% + 7\% + 2\% = 11\%$, $0.11 \cdot 0.420 = 0.046$ г. Окончательно

$$m = 0.42 \pm 0.05 \text{ г.}$$

Определение массы трубки с помощью силы Архимеда. Опустим палочку с надетой трубкой в мерный стакан тяжелым концом вниз. Палочка должна плавать не касаясь дна. Измерим длину h выступающей над водой части палочки $h = 42 \pm 1$ мм. Условие равновесия палочки:

$$(m+M)\,g = \rho_0 g\frac{\pi}{4}\left(D^2 z + d^2\,(L-z-h)\right),$$

где D — внешний диаметр трубки на палочке, d — диаметр палочки, $(L-z-h)$ — длина части палочки без трубки, находящейся в воде. D и d определим методом прокрутки, сделав десять оборотов с помощью двух линеек:

$$10\pi d = 85 \pm 1 \text{ мм}, \qquad d = 2.71 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность, $\frac{1}{85} = 0.012 = 1.2\%$,

$$10\pi D = 125 \pm 1 \text{ мм},\ D = 3.98 \pm 0.03 \text{ мм},$$

относительная погрешность $\frac{1}{125} = 0.008 = 0.8\%$. Из условия равновесия палочки находим

$$m = \rho_0\frac{\pi}{4}\left(D^2 z + d^2\,(L-z-h)\right) - M = 0.45 \text{ г.}$$

Последовательно оценим погрешность:

- Абсолютная погрешность $(L-z-h)$ равна 3 мм. Относительная $\frac{3}{149} = 0.02 = 2\%$.
- Относительная погрешность $d^2\,(L-z-h)$ равна $1.2\% + 1.2\% + 2\% = 4.4\%$. Абсолютная погрешность $d^2\,(L-z-h)$ равна $2.71 \cdot 2.71 \cdot 149 \cdot 0.044 = 48$ мм^3.
- Окончательно $d^2\,(L-z-h) = 1094 \pm 48$ мм^3.
- Относительная погрешность $D^2 z$ равна $0.8\% + 0.8\% + 2\% = 3.6\%$. Абсолютная погрешность $D^2 z$ равна $3.98 \cdot 3.98 \cdot 49 \cdot 0.036 = 28$ мм^3.
- Окончательно $D^2 z = 776 \pm 28$ мм^3.

- Абсолютная погрешность $\left(D^2z + d^2\left(L - z - h\right)\right)$ равна $28{+}48 = 76$ мм^3. Относительная погрешность $\left(D^2z + d^2\left(L - z - h\right)\right)$ равна $\frac{76}{776+1094} = 0.041 = 4.1\%$.
- Абсолютная погрешность $\rho_0\frac{\pi}{4}\left(D^2z + d^2\left(L - z - h\right)\right)$ равна $1\cdot\frac{3.14}{4}\left(1.094 + 0.776\right)\cdot 0.041 = 0.06$ г.
- Абсолютная погрешность $\rho_0\frac{\pi}{4}\left(D^2z + d^2\left(L - z - h\right)\right) - M$ (окончательного результата) равна $0.06 + 0.02 = 0.08$ г.
- Итоговое значение: $m = 1\cdot\frac{3.14}{4}\left(1.094 + 0.776\right) - 1.02 = 0.45$ г.

$$m = 0.45 \pm 0.08\text{г}$$

Относительная погрешность результата, полученного с использованием силы Архимеда, равна 18%. Реальное значение массы трубки, полученное непосредственно с помощью весов $m = (0.44 \pm 0.02)$ г.

Задача №10-Е1. Внутренний объем трубки

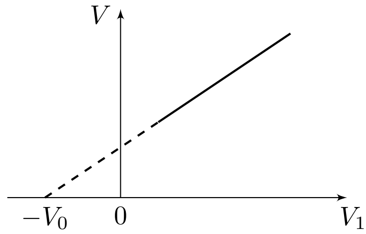
Для начала увеличим точность шкалы шприца объемом 20 мл, для этого приклеим к нему бумажную шкалу, совместив 0 шкалы шприца с основным делением бумажной шкалы. Определим цену деления приклеенной шкалы используя деления 0 и 20 мл на шкале шприца. При дальнейших измерениях будем пользоваться наклеенной шкалой. Выдвинем поршень шприца 20 мл до отметки V_1. Поршень шприца 5 мл вдвинем до упора в крайнее положение. Обратите внимание, что при перемещении поршня этого шприца в крайнее положение ощущается (даже слышен!) легкий толчок («щелчок»). Он объясняется тем, что в этом месте внутренний диаметр шприца на небольшом участке немного увеличен и поршень как бы «фиксируется» в этом положении. Для того, чтобы начать выдвигать поршень из этой точки, необходимо приложить некоторое «избыточное» усилие, которое как следует из дальнейших экспериментов с хорошей точностью является постоянным. Соединим шприцы с помощью прозрачной трубки, плотно надев ее на носик каждого шприца. Начнем плавно вдвигать поршень большого шприца до момента, когда поршень малого шприца под действием избыточного давления в трубке «выскочит» из крайнего положения и тоже придет в движение. Определим объем V_2 большого шприца, при котором это происходит. Пусть поршень в малом шприце приходит в движение при давлении в трубке, превышающем атмосферное давление P_0 на величину ΔP. Тогда по закону Бойля-Мариотта

$$P_0(V_1 + V_0) = (P_0 + \Delta P)(V_2 + V_0).$$

Здесь за V_0 обозначен внутренний объем трубки. После преобразований

$$V_1 - V_2 = \frac{\Delta P}{P_0 + \Delta P}(V_1 + V_0).$$

Если теоретическая модель верна, то при построении графика зависимости величины $\Delta V = V_1 - V_2$ от V_1 мы должны получить линейную зависимость, причем продолжение прямой $\Delta V(V_1)$ будет пересекать ось V_1 в точке $V_1 = -V_0$ (см. рисунок).



Для повышения точности каждый опыт проведем три раза с последующим усреднением результатов.

$$\Delta V_{\text{ср}} = V_1 - \frac{V_{2_1} + V_{2_2} + V_{2_3}}{3}$$

Экспериментальные данные

V_1, мл	V_{2_1}, мл	V_{2_2}, мл	V_{2_3}, мл	$\Delta V_{\text{ср}}$, мл
20.0	9.5	9.3	9.5	10.6
17.0	8.0	8.2	8.0	8.9
15.0	6.5	6.5	6.7	8.4
13.0	5.7	5.5	5.5	7.4
10.0	4.0	3.7	4.0	6.1
8.0	2.5	2.5	2.5	5.5
5.0	1.0	1.0	1.0	4.0

График $\Delta V_{\text{ср}}(V_1)$.

Продолжение графика до пересечения с осью абсцисс позволяет определить значение $V_0 \approx 4.5$ мл.

Оценим погрешность. Погрешность измерения объема равна цене деления $\Delta_V \approx 0.2$ мл. Из серии измерений видно, что разброс значений укладывается в приборную погрешность, то есть $\Delta_{V\text{приб}} \approx \Delta_{V\text{случ}}$.

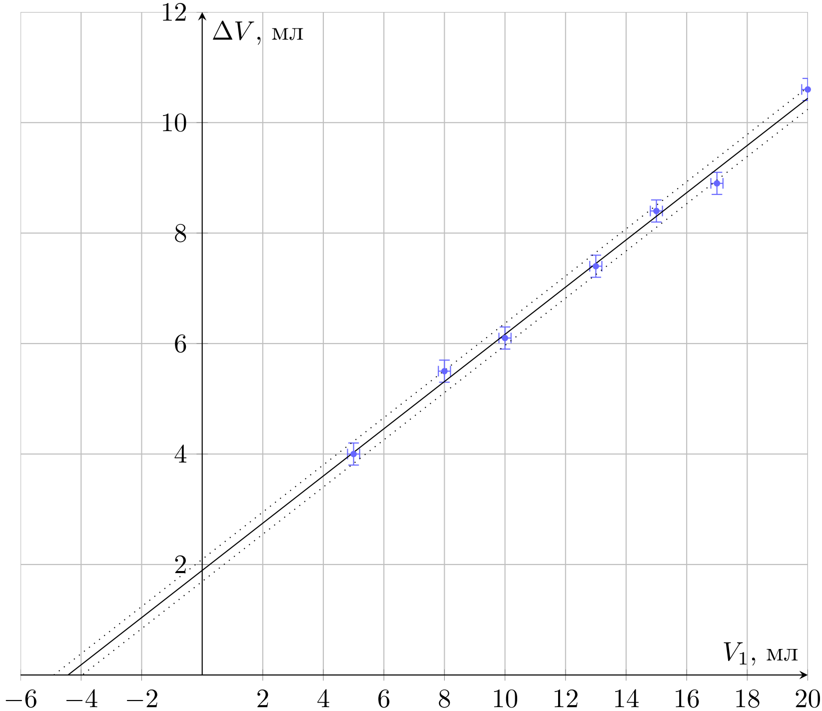
Тогда

$$\Delta_{V\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{V\text{приб}}}{3}\right)^2 + \Delta^2_{V\text{случ}}} \approx \Delta_{V\text{приб}} = 0.2 \text{ мл}$$

Для оценки погрешности V_0 проведем две вспомогательные прямые, проходящие через края крестов ошибок и показывающие допустимое отклонение в V_0.

$$\Delta V_0 = \frac{V_{0\text{макс}} - V_{0\text{мин}}}{2} = \frac{5.0 - 3.8}{2} = 0.6 \text{ мл}$$

Окончательный результат $V_0 = (4.5 \pm 0.6)$ мл.



Задача №10-Е2. Серый ящик

Для начала найдем сопротивления 3, 5 и 6 резисторов. Для этого проделаем следующие опыты:

- Измерим сопротивление R_a между замкнутыми точками **БД** и замкнутыми точками **ВГ**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 5 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}$.
- Измерим сопротивление $R_б$ между замкнутыми точками **БГ** и точкой **В**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 3 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_б} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}$.
- Измерим сопротивление $R_в$ между замкнутыми точками **ВД** и точкой **Г**. Полученная цепь представляет параллельное соединение 5 и 6 резисторов, поэтому $\frac{1}{R_в} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$. Из первых трех опытов получим:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_а} + \frac{1}{R_б} - \frac{1}{R_в}\right),$$

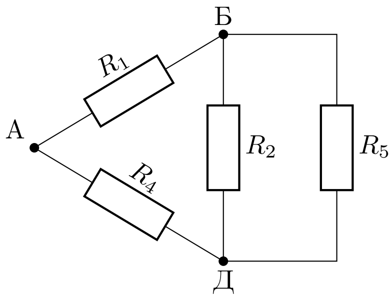
откуда найдем R_3, аналогично найдем R_5

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_\text{а}} + \frac{1}{R_\text{в}} - \frac{1}{R_\text{б}}\right)$$

и R_6

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_\text{в}} + \frac{1}{R_\text{б}} - \frac{1}{R_\text{а}}\right).$$

- Теперь соединим вместе точки **Б**, **В** и **Г**. Получим треугольник из резисторов, две стороны треугольника представлены резисторами 1 и 4, а третья — параллельным соединением резисторов 2 и 5. Важно выбрать именно такой вариант, так как измеряя сопротивления между различными парами выводов можно определить, что сопротивления резисторов 1, 2 и 4 заметно меньше остальных. Для повышения точности к резистору 2 нужно присоединить параллельно максимально сравнимый с ним, то есть обладающий наименьшим сопротивлением из оставшихся. Получим эквивалентную схему:



Дополнительно соединим точки **Б** и **Д** и измерим сопротивление R_x между ними и точкой **А**.

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1}$$

- Вместо **Б** и **Д** соединим **Б** и **А** и измерим сопротивление R_y между ними и точкой **Д.**

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Вместо **Б** и **А** соединим **Д** и **А** и измерим сопротивление R_z между ними и точкой **Б.**

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}.$$

- Теперь можно вычислить оставшиеся сопротивления.
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_z} - \frac{1}{R_y}\right),$$
аналогично
$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_z}\right)$$
и
$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_z} + \frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x}\right) - \frac{1}{R_5}.$$
- Для определения какие выводы нужно соединить, чтобы получить 167 Ом, рассчитаем для каждого резистора величину обратную его сопротивлению и посмотрим какие из них дают в сумме $\frac{1}{167}$ Ом$^{-1}$. Из полученных значений следует, что идеально подходят R_1 и R_2. То есть требуется соединить точки **А**, **В**, **Г** и **Д** и измерять сопротивление между ними и точкой **Б**. Также можно заметить, что число очень близкое к 167 Ом, мы получили при измерении R_z.
- Оценим погрешность. Погрешность измеряемых сопротивлений составляет 1%, тогда и погрешность величин, обратных к измеренным сопротивлениям тоже составляет 1%. Вычислим абсолютные погрешности величин $1/R$ по формуле $\Delta\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{\varepsilon(R)}{R}$. При сложении величин складываются их абсолютные погрешности, поэтому
$$\Delta\left(\frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{2}\left(\Delta\left(\frac{1}{R_x}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_y}\right) + \Delta\left(\frac{1}{R_z}\right)\right).$$
Тогда $\varepsilon\left(R_1\right) = \varepsilon\left(\frac{1}{R_1}\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right)R_1$, соответственно $\Delta\left(R_1\right) = \Delta\left(\frac{1}{R_1}\right)R_1^2$. Для остальных сопротивлений погрешность вычисляется аналогично.

Измерения и расчеты (Авторские значение могут отличаться от выданного вам оборудования).

Что измеряли	Значение, кОм	R^{-1}, кОм$^{-1}$	$\Delta(R^{-1})$, кОм$^{-1}$
$R_{\text{а}}$	12.53	0.0798	0.000798
$R_{\text{б}}$	24.9	0.0402	0.000402
$R_{\text{в}}$	16.69	0.0599	0.000599
R_x	0.1239	8.0710	0.080710
R_y	0.242	4.1322	0.041322
R_z	0.1645	6.0790	0.060790

Что вычислили	Значение, кОм	ΔR, кОм	Ответ, кОм
R_1	0.199	0.004	0.199 ± 0.004
R_2	0.979	0.09	0.98 ± 0.09
R_3	33.5	1.0	34 ± 1
R_4	0.326	0.01	0.33 ± 0.01
R_5	20.5	0.4	20.5 ± 0.4
R_6	97.1	8	97 ± 8

Как видно из таблицы наименьшим сопротивлением обладает первый резистор.

Задача №11-E2. Колебания кольца

В таблице приведены результаты измерений периода колебаний кольца при различных массах груза. В качестве груза использовались гайки, который закреплялись на внутренней поверхности кольца с помощью небольшой полоски скотча.

M8, шт.	M10, шт	m, г	N	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t_4, с	t_5, с	$T_{\text{ср}}$, с
1	0	4.5	5	8.84	9.04	9.28	9.06	9.24	1.82
0	1	10.2	5	6.36	6.49	6.57	6.60	6.30	1.29
0	2	20.4	10	9.30	9.50	9.22	9.38	9.42	0.94
0	3	30.6	10	7.77	7.76	7.81	7.81	7.90	0.78
0	4	40.8	10	6.70	6.85	6.87	6.87	6.98	0.69
0	6	61.2	10	5.85	5.62	5.75	5.77	5.78	0.58

При повороте кольца относительно положения равновесия на угол φ потенциальная энергия груза увеличивается на $\Delta E_{\text{п}} = mgR(1 - \cos\varphi)$. При малых φ $\cos\varphi \approx 1 - \dfrac{\varphi^2}{2}$. Отсюда $\Delta E_{\text{п}} \approx mgR\frac{\varphi^2}{2}$. При малых колебаниях кинетической энергией груза можно пренебречь, так как его скорость составляет величину порядка $R\varphi\dot{\varphi}$, соответственно его кинетическая энергия — величина порядка $\dfrac{mR^2(\varphi\dot{\varphi})^2}{2}$ — много меньше кинетической энергии всего кольца $E_{\text{к}} = MR^2\dot{\varphi}^2$. Закон сохранения энергии при колебаниях

$$MR^2\dot{\varphi}^2 + mgR\frac{\varphi^2}{2} = \text{const}.$$

Отсюда

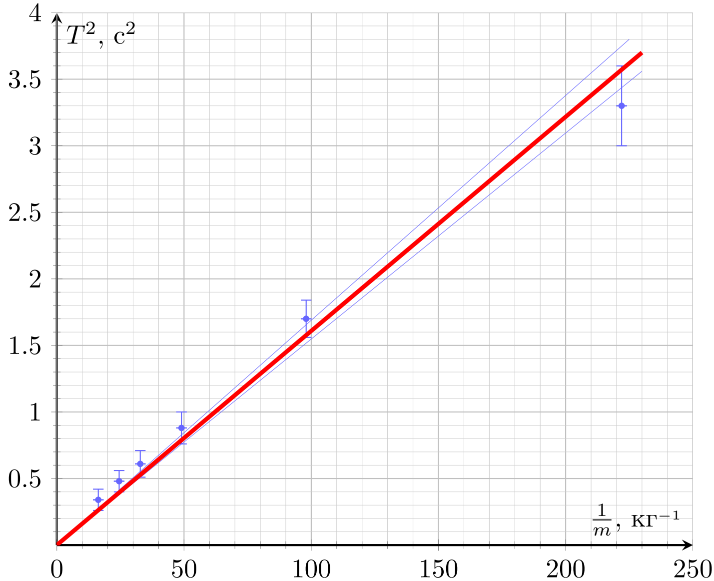
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}}.$$

Из полученного в п.2 выражения $T = Am^{-0.5}$, где $A = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{g}}$, после возведения в квадрат получаем

$$T^2 = \frac{8\pi^2 MR}{g} \cdot \frac{1}{m}.$$

При соответствии экспериментальных данных этой теоретической модели зависимость $T^2\left(\frac{1}{m}\right)$ должна быть линейной с угловым коэффициентом $k = \frac{8\pi^2 MR}{g}$. Результаты такой обработки экспериментальных данных представлены в таблице и на графике.

T^2, с^2	3.3	1.7	0.88	0.61	0.48	0.34
m^{-1}, кг$^{-1}$	222	98	49	32.8	24.5	16.3



Погрешность определения значения T^2 оценим как $\Delta(T^2) = 2T\Delta T$, где $\Delta T = \sqrt{(\Delta T_{\text{сист}})^2 + (\Delta T_{\text{сл}})^2}$. Величину $\Delta T_{\text{сист}}$ считаем равной $\frac{\Delta t}{N} \approx 0.05$ с (Δt — погрешность определения времени 10 колебаний), случайная погрешность данных много меньше $\Delta T_{\text{сл}} \ll \Delta T_{\text{сист}}$. График зависимости $T^2\left(\frac{1}{m}\right)$ с учетом погрешности T^2 представлен на рисунке. Определенное по графику значение углового коэффициента $k = 0.016 \pm 0.001$ кг $\cdot$ с^2. Отсюда масса пластмассового кольца $M = 36 \pm 2$ г.